

Problem Set 2

February 27, 2013

El objetivo de esta tarea es que mejores tus habilidades en teoría de juegos. Además de repasar lo que en teoría ya sabes (Equilibrio de Nash, Equilibrio Perfecto en Subjuegos) te enfrentarás a problemas de información incompleta (Equilibrio Perfecto Bayesiano). Finalmente revisarás algunas críticas a los conceptos de solución.

1. Teoría de la teoría de juegos con información perfecta

Busca en el Mas-Colell la respuesta a las siguientes preguntas.

- a) ¿Qué es una acción?
- b) ¿Qué es una estrategia y que diferencias existen con las acciones?
- c) ¿Cuál es la definición del equilibrio de Nash?
- d) ¿Qué es una estrategia Mixta?
- e) ¿Cómo cambia la definición con estrategias mixtas del equilibrio de Nash?
- f) ¿Qué es un juego en forma extensiva?
- g) ¿Qué es una amenaza no creíble?
- h) ¿Qué es un subjuego?
- i) Escribe la definición del equilibrio perfecto en subjuegos
- j) Explica en un juego en forma normal cómo se puede encontrar el equilibrio de Nash con estrategias mixtas
- k) ¿Por qué necesitamos otra solución diferente al equilibrio de Nash cuando tenemos un juego dinámico?
- l) ¿Qué es un conjunto de información, y que es un nodo de decisión?
- m) ¿Qué es racionalidad secuencial?
- n) ¿Qué es un sistema de creencias?
- o) Escribe la definición de equilibrio bayesiano perfecto (el Mas-Colell le llama equilibrio Bayesiano perfecto débil)

2. Juegos simultáneos con información perfecta

Resuelve Los siguientes juegos, es decir encuentra todos los equilibrios de Nash.

- a) Duopolio de Cournot. Sea $P(Q) = a - Q$ la demanda del mercado. Existen 2 competidores que deben de seleccionar la cantidad a producir de manera simultánea. Los competidores tienen un costo marginal igual a c . Dado que sólo existen dos competidores $Q = q_1 + q_2$. Asume que no existen costos fijos. Encuentra el equilibrio de Nash, y los pagos que ambos competidores recibirán por dicho equilibrio.
- b) Ahora supongamos un juego de competencia a la Bertrand. Los competidores eligen de forma simultánea el precio al cual vender su producto. Si una empresa tiene un precio más alto no vende nada, y la otra empresa vende todo. Si los precios son iguales se dividen el mercado entre dos. Utiliza el criterio de estrategia dominada (estricta o débil) para encontrar demostrar que el equilibrio de Nash es imponer $p_1 = p_2 = c$

- c) Supongamos un juego donde el jugador uno tiene 2 acciones. La primera es Invitar a salir a la chica que le gusta (jugadora 2), la segunda es escribirle por Facebook. La chica tiene dos acciones responder positivamente o negativamente a cada una de las propuestas). Si el chico la invita a salir y ella acepta el obtendrá un beso y ella ganará una unidad de ego (lo que sea que esto signifique). Si ella rechaza la propuesta de salir, el chico no obtendrá ningún beso, y la chica ganará dos unidades de ego. Si el chico le escribe en el muro de Facebook, y la chica responde con un like su comment, él elevará su dopamina una unidad, y la chica elevará su ego dos unidades. Si el chico le escribe y ella no responde, él será consolado por sus amigos con cervezas y elevará su dopamina 3 unidades mientras que ella será mal vista socialmente, el ego se eliminará y quedará en ceros. Encuentra el equilibrio de Nash en estrategias puras y mixtas. Asume que la dopamina que produce un beso es de dos unidades y que el ego generará una unidad de dopamina. Además asume que la chica toma su decisión previa a saber que propuesta hará el chico, es decir la elección de los jugadores es simultánea.
- d) Pemex se va a privatizar. Para esto la secretaría de hacienda ha decidido que la mejor forma es invitar a los posibles compradores a proponer su precio en un sobre cerrado el día del evento. Los sobres serán leídos y la el comprador con mayor oferta será el que se quede con toda la compañía. La secretaría de hacienda sabe que los compradores valúan diferente a Pemex, es decir los compradores tienen distintas valuaciones. Para garantizar que los compradores propongan su máximo precio, la secretaría de hacienda informa que el ganador de la subasta no pagará su propuesta sino la siguiente hacia atrás. Demuestra que el equilibrio de Nash es proponer su máximo a pagar con este tipo de subastas. Asume que no existen valuaciones iguales.

3. Juegos Dinámicos Con información Perfecta

- a) Líder de Stackelberg, ahora asuma que las empresas eligen de forma secuencial las cantidades a producir, la empresa 1 elige primero su cantidad, luego la empresa 2 observa la cantidad y elige la suya. Asume la misma demanda que en el problema de Cournot y mismos costos marginales. Aplica inducción hacia atrás para obtener el equilibrio perfecto en subjuegos.
- b) Escribe un juego con 5 subjuegos y dos jugadores. Explica la historia detrás y asigna los pagos como tú prefieras. Luego representa el juego en forma extensiva y encuentra el equilibrio perfecto en subjuegos.
- c) Supon ahora una subasta de alguna pintura preciosa. Los participantes pueden elegir cuánto pujar de uno por uno, es decir el jugador 1 elige cuánto pujar, luego el dos, luego el tres, así hasta el jugador n . Supon que todas las valuaciones son distintas, no obstante los jugadores saben cuánto es la valoración de cada jugador. Explica intuitivamente que existen n equilibrios de Nash, donde todos implican que el jugador con mayor valoración pujará su valoración siempre y cuando después de él no se encuentre en el último lugar.
- d) El dilema del prisionero repetido. Supongamos que es posible jugar el dilema del prisionero 2 veces, ¿cuál es el equilibrio perfecto en subjuegos?

4) Juegos Dinámicos Con información imperfecta

- a) Existe el siguiente juego dinámico. El jugador 1 mueve primero, él puede decidir derecha, izquierda o centro. Si el jugador uno elige derecha el juego termina y los pagos para el jugador 1 y 2 son $(2,2)$. Si el jugador 1 elige izquierda o centro el jugador 2 puede jugar. No obstante el jugador 2 no sabe si el jugador uno eligió derecha o centro. El jugador dos puede elegir izquierda o derecha en ambos casos. Si el jugador uno elige izquierda y el dos izquierda los pagos son $(4,1)$. Si el jugador 1 elige izquierda y el dos derecha los pagos son $(0,0)$. Si el jugador uno elige centro y el dos izquierda los pagos son $(3, 0)$ y finalmente si el jugador uno elige centro y el dos derecha los pagos son $(0,1)$. Encuentra el Equilibrio Bayesiano Perfecto.
- b) Existe el siguiente juego dinámico. El jugador 1 mueve primero, él puede decidir derecha, izquierda o centro. Si el jugador uno elige derecha el juego termina y los pagos para el jugador 1 y 2 son $(2,4)$. Si el jugador 1 elige izquierda o centro el jugador 2 puede jugar. No obstante el jugador 2 no sabe si el jugador uno eligió derecha o centro. El jugador dos puede elegir izquierda, centro o derecha en ambos casos. Si el jugador uno elige izquierda y el dos izquierda los pagos son $(1,3)$. Si el jugador 1 elige izquierda y el dos derecha los pagos son $(4,0)$. Si el jugador 1 elige izquierda y el dos centro los pagos son $(1,2)$. Si el jugador uno elige centro y el dos izquierda los pagos son $(4, 0)$. Si el jugador uno elige

centro y el dos derecha los pagos son (3,3). Y finalmente si ambos jugadores eligen centro los pagos son (0,2). Escribe el juego en forma normal y encuentra el equilibrio de Nash y después encuentra el Equilibrio Bayesiano Perfecto.

- 5) **Lee el modelo de Dixit y prepárate para responder un quiz el día martes 5 de marzo. Enfócate en los resultados las predicciones de equilibrio etc. El paper se encuentra en el curso.**